Report di validazione – Cerchiature miste c.a.–acciaio

Oct 29, 2026 · @giulio

Sintesi

Il programma riproduce le soluzioni di riferimento di letteratura entro lo 0,01% in 8 degli 11 gruppi di prova; la validazione ha però trovato 4 difetti, tutti corretti nella versione consegnata (cerchiature_miste_ca_acciaio_3.html).

Esito	Casi
Coincidenza con la soluzione di riferimento (scarto < 0,01%)	B1 maschi, B2 rigidezza portale, B3 telaio asimmetrico, B4 Kleinlogel, B5 sequenza plastica di Neal, B9 Mpl, B10 fase provvisoria, B11 equilibrio
Difetto trovato e corretto	B6 meccanismo combinato (+1,8% su Fu, non cautelativo), B7 sezione c.a. con N elevato (Mu = 0), B8 cotθ a passi (−0,8%), B9 Av senza raccordo (Vpl −15%)

Il difetto rilevante per la sicurezza è il B6: con carichi verticali alti e trave debole il programma ignorava la cerniera in campata della trave e sovrastimava la resistenza del portale. Ora la curva si arresta alla cerniera in campata e il valore coincide con il meccanismo combinato di Neal (217,05 kN contro 217,05 kN). Sui dati di default nessuno dei difetti cambiava i risultati.

La versione 3 aggiunge inoltre la tavola DXF completa: prospetti ante e post operam, prospetto del portale con armature, sezioni di pilastri e trave, distinta delle armature, carpenteria metallica, calcestruzzo e cartiglio.

Metodo

Ogni modulo del programma è confrontato con una soluzione di riferimento ottenuta per una via diversa: formula chiusa di letteratura, teorema dell'analisi limite o un secondo codice scritto da zero in Python (NumPy). Il codice JavaScript del programma è eseguito senza modifiche in Node.js sugli stessi dati.

- **Formule chiuse**: Timoshenko per il maschio doppiamente incastrato; Turnšek–Čačovič e pressoflessione (Circolare 2019 §C8.7.1, NTC §7.8.2.2); rigidezza laterale del portale incastrato; Kleinlogel per il portale sotto carico uniforme; NTC §4.1.2.3.5.2 per il taglio; EC3 §6.2 per l'acciaio.
- **Analisi limite (Neal, Horne)**: meccanismo di piano e meccanismo combinato col principio dei lavori virtuali, minimizzato sulla posizione della cerniera in campata.
- **Secondo codice indipendente**: telaio piano a elementi finiti con svincoli per condensazione statica, analisi evento-evento con la trave suddivisa in 20 elementi, quindi con cerniere possibili in qualunque punto della campata.

Criterio di accettazione: scarto ⩽ 0,5% sulle grandezze di resistenza e rigidezza; gli scarti maggiori sono spiegati (deformabilità assiale, discretizzazione) o trattati come difetti.

Dati di base dei casi: muratura di mattoni pieni e malta di calce (valori medi Tab. C8.5.I, LC2, FC = 1,20, rigidezze fessurate ×0,5), Rck 30 (C25/30), B450C, copriferro 40 mm all'asse barre, profili S275 con γM0 = 1,05, parete di default 9,50 × 3,00 × 0,30 m con vano cerchiato 2,40 × 2,20 m.

Casi di validazione

B1 – Maschio murario: rigidezza e resistenze

Rigidezza di Timoshenko a doppio incastro, taglio per fessurazione diagonale (Turnšek–Čačovič) e pressoflessione: il programma coincide con il calcolo indipendente in tutti i casi (scarto 0,000%), compresa la scelta del meccanismo e il limite b ⩽ 1,5.

```
K=\left[\frac{h^3}{12E'J}+\frac{1{,}2\,h}{G'A}\right]^{-1},\quad
V_t=l\,t\,\frac{1{,}5\,\tau_d}{b}\sqrt{1+\frac{\sigma_0}
{1{,}5\,\tau_d}},\quad V_{pf}=\frac{l^2 t\,\sigma_0}{h}\left(1-
\frac{\sigma_0}{0{,}85 f_d}\right)
```

l × h (m)	σ0 (kN/m²)	K (kN/m)	Vt (kN)	Vpf (kN)	Crisi	Scarto
1,50 × 3,00	150	14 803	51,55	31,68	pressoflessione	0,000%
3,00 × 3,00	300	48 913	193,88	236,85	taglio	0,000%
1,00 × 3,00	80	5 952	29,43	7,74	pressoflessione	0,000%
1,50 × 3,00	900	14 803	101,25	127,92	taglio	0,000%

B2 – Rigidezza laterale del portale simmetrico

La rigidezza agli elementi finiti coincide con la formula chiusa del portale incastrato alla base su tutto il campo k = EJt·h/(EJp·l) da 0,05 a 10^4 (scarto < 0,0001% con EA infinita). Agli estremi la formula tende a $6EJ/h^3$ (trave flessibile) e $24EJ/h^3$ (trave rigida), come atteso. Con EA reale la rigidezza scende dello 0,01–0,6% per la deformabilità assiale, che la formula trascura.

$$K_T=\frac{24\,EJ_p}{h^3}\cdot\frac{6k+1}{6k+4},\qquad M_{base}=\frac{Fh}{2}\cdot\frac{3k+1}{6k+1},\qquad M_{testa}=\frac{Fh}{2}\cdot\frac{3k}{6k+1}$$

k	K formula (kN/m)	K programma, EA∞ (kN/m)	K programma, EA reale (kN/m)	Effetto EA
0,05	6 814,25	6 814,25	6 813,62	−0,01%
0,5	12 879,68	12 879,68	12 855,80	−0,19%
1	15 777,61	15 777,61	15 730,87	−0,30%
5	20 550,67	20 550,67	20 449,81	−0,49%
10^4	22 538,32	22 538,32	22 408,90	−0,57%

Con l = 2,40 m, h = 2,20 m, EJp = 10 000 kNm². Anche la ripartizione dei momenti base/testa coincide (es. k = 1: 0,6286·Fh/2 e 0,4714·Fh/2). Sul portale di default KT = 34 069 kN/m contro 34 243 kN/m della formula: −0,51%, dovuto all'EA reale.

B3 – Portale asimmetrico con carico verticale e orizzontale

Per pilastri diversi non c'è formula chiusa: il riferimento è il secondo codice. Con EJ = 8 000 / 20 000 / 3 500 kNm² (pilastro sx, trave, pilastro dx), q = 25 kN/m e F = 40 kN, spostamenti, rotazioni e sollecitazioni coincidono a 10^{-12} in valore relativo.

Grandezza	Riferimento	Programma
Spostamento testa sx (mm)	3,8796	3,8796
M base sx / testa sx (kNm)	29,78 / 21,08	29,78 / 21,08
M base dx / testa dx (kNm)	18,00 / 19,14	18,00 / 19,14
Taglio pilastro sx + dx (kN)	23,12 + 16,88 = 40,00	23,12 + 16,88 = 40,00

B4 – Portale incastrato sotto carico uniforme (Kleinlogel)

I momenti all'incastro, al nodo e la spinta orizzontale coincidono con le formule di Kleinlogel (scarto < 10^{-6}), con q = 30 kN/m, l = 2,40 m, h = 2,20 m.

$$M_A=\frac{q\ l^2}{12(k+2)},\qquad M_B=-\frac{q\ l^2}{6(k+2)},\qquad H=\frac{q\ l^2}{4h(k+2)}$$

k	MA (kNm)	MB (kNm)	H (kN)	Scarto
0,1	6,857	13,714	9,351	< 10^{-6}
1	4,800	9,600	6,545	< 10^{-6}
10	1,200	2,400	1,636	< 10^{-6}

B5 – Collasso plastico per forza orizzontale (Neal)

La resistenza ultima coincide col meccanismo di piano e la sequenza delle cerniere, con forza e spostamento di ogni evento, coincide col codice indipendente in tutti i casi. Per il portale con Mp uguali la prima plasticizzazione coincide anche con la formula chiusa: F1 = 2Mp(6k+1)/[h(3k+1)] = 159,09 kN e δ1 = F1/KT = 10,083 mm.

$$F_u=\frac{M_{c,sx}+M_{c,dx}+\min(M_{c,sx};M_{pl})+\min(M_{c,dx};M_{pl})}{h}$$

k	Mc sx / Mc dx / Mpl trave (kNm)	Fu meccanismo (kN)	Fu programma (kN)	Eventi (F kN @ δ mm)
1	100 / 100 / 100	181,82	181,82	basi 159,09 @ 10,08; teste 181,82 @ 16,13
0,3	100 / 100 / 150	181,82	181,82	basi 133,97 @ 12,31; teste 181,82 @ 34,96
3	100 / 100 / 60	145,45	145,45	basi 115,15 @ 5,92; estremi trave 145,45 @ 11,29
1	120 / 80 / 100	172,73	172,73	127,27 @ 8,07; 167,27 @ 12,26; 172,73 @ 16,13
1	120 / 80 / 60	145,45	145,45	127,27 @ 8,07; 145,45 @ 14,52

B6 – Carichi verticali più forza orizzontale: meccanismo combinato

Questo caso ha trovato il difetto principale. Con trave suddivisa in 20 elementi il codice indipendente può formare la cerniera in campata; il programma originale no, perché controllava solo i 6 estremi delle aste.

Caso (comb. sismica)	Riferimento FEM 20 el. (kN)	Neal combinato (kN)	Programma originale (kN)	Programma corretto (kN)
Default: 2×IPE240, pS = 22,5 kN/m	143,31 (meccanismo di piano)	195,82	143,31	143,31
IPE200, pS = 64,8 kN/m	217,05 (cerniera in campata a 0,51–0,54 m)	217,04	220,87 (+1,8%)	217,05
IPE160, pS = 74,8 kN/m	non ammissibile: M sotto i soli carichi verticali > Mpl = 32,5 kNm	–	198,93 accettato	0 + verifica NON VERIFICATO

Nel caso IPE200 anche lo spostamento al collasso era sovrastimato: 31,1 mm contro 27,1 mm del riferimento. Sul caso di default la sequenza delle cerniere coincide evento per evento (111,25 – 118,81 – 136,30 – 143,31 kN).

B7 – Momento resistente della sezione dei pilastri

Sezione 400 × 300 mm (400 nel piano), 3+3 φ16, C25/30, B450C. Il riferimento è una sezione a fibre indipendente (parabola-rettangolo, acciaio elasto-plastico, εcu = 0,35%, εud = 6,75%), affiancata dallo stress-block di EC2.

N (kN)	Mu fibre, riferimento (kNm)	Mu programma originale	Mu programma corretto	Stress-block (kNm)
0	78,82	78,82	78,82	78,91
200	110,08	110,08	110,08	110,30
500	145,18	0	145,18	146,00
1000	143,58	0	143,57	145,71

Per N = 0 la formula pratica 0,9·d·As·fyd dà 76,47 kNm, il 3% sotto il valore esatto, come atteso.

B8 – Taglio resistente dei pilastri (NTC §4.1.2.3.5.2)

Il cotθ ottimo si ricava dall'uguaglianza VRsd = VRcd. Il programma originale lo cercava a passi di 0,05 e sottostimava VRd fino allo 0,8%; ora usa il valore esatto.

Staffe	cotθ esatto	VRd riferimento (kN)	VRd originale (kN)	VRd corretto (kN)
φ8/150	2,50	212,43	212,43	212,43
φ8/100	2,093	266,75	266,19 (−0,21%)	266,75
φ10/100	1,563	311,30	308,68 (−0,84%)	311,30

B9 – Trave in acciaio (EC3 §6.2.5–6.2.6)

Mpl,Rd = Wpl·fyk/γM0 = 192,24 kNm per 2×IPE240 S275, identico. L'area resistente a taglio era calcolata senza il raggio di raccordo r: Av = 32,38 cm² contro 38,26 cm² di EC3 (A − 2b·tf + (tw + 2r)·tf), quindi Vpl,Rd = 489,5 kN invece di 578,5 kN (−15%, cautelativo). Corretto con la tabella dei raggi dei profili IPE, HEA, HEB e UPN.

B10 – Fase provvisoria in semplice appoggio

M = qd·L²/8 = 47,54 kNm e w = 5·qk·L⁴/(384·Es·J) = 1,515 mm: identici al calcolo manuale.

B11 – Equilibrio e curva globale

Allo stato finale della spinta la somma dei tagli alla base dei pilastri vale 143,314 kN, pari alla forza applicata. La curva della parete somma correttamente i contributi: K ante = 94 206 kN/m e K post = 98 469 kN/m coincidono con la somma delle rigidezze degli elementi; ΔK = +4,53%, Vpost/Vante = 1,331 (221,7 → 295,1 kN), δu invariato a 30 mm.

Difetti trovati e correzioni

Quattro difetti, corretti nella versione 3; solo il primo andava a sfavore di sicurezza.

#	Difetto	Effetto	Correzione
1	Spinta del portale senza controllo del momento in campata della trave; stato iniziale dei carichi verticali non verificato	Fu sovrastimata fino al +1,8% e δu del +15% quando governa il meccanismo combinato; trave già plasticizzata dai soli carichi accettata	Controllo del momento su 39 sezioni di campata a ogni passo: alla cerniera in campata la curva si arresta (limite inferiore, coincide con Neal nel caso B6). Se i carichi verticali superano già le resistenze la spinta si ferma e compare la nuova verifica «Trave acciaio: flessione nella comb. sismica»
2	Legge del calcestruzzo azzerata oltre εcu dentro la ricerca dell'equilibrio: la ricerca dell'asse neutro cadeva sul ramo sbagliato	Mu = 0 per N oltre circa As,tot·fyd (≈ 470 kN nel caso B7); interessa l'opzione «N da carichi verticali»	Ramo plastico prolungato nella sola ricerca dell'equilibrio; la crisi resta governata da εcu ed εud
3	cotθ cercato a passi di 0,05	VRd sottostimato fino allo 0,8% (cautelativo)	cotθ ottimo in forma chiusa, limitato a 1 ÷ 2,5
4	Av dei profili senza raggio di raccordo	Vpl,Rd sottostimato del 15% per IPE240 (cautelativo)	Tabella dei raggi r e formula EC3 §6.2.6(3)

Tutte le opzioni del programma (N nei pilastri, pilastri diversi, armature automatiche, cordolo, i tre criteri di spostamento ultimo, assi baricentrici) sono state rieseguite dopo le correzioni senza errori; sul caso di default curva V–δ ed esiti di rigidezza, resistenza e spostamento non cambiano (cambia solo Vpl,Rd della trave, ora 578,5 kN).

Limiti residui e raccomandazioni

Restano ipotesi di modello che la validazione conferma come implementate ma non elimina:

- **Cerniera in campata**: dopo la sua formazione la curva si arresta. È un limite inferiore della resistenza e della duttilità; coincide col collasso quando la cerniera in campata è l'ultima del meccanismo, come nel caso B6.
- **Comportamento elastico-perfettamente plastico** delle cerniere, senza incrudimento, degrado o scarico; nessun effetto P-Δ (trascurabile per drift dell'ordine dello 0,4%).

- **Dominio a fibre**: la crisi è governata dalla deformazione al lembo estremo; per sezioni quasi interamente compresse (N oltre circa 0,6·Ac·fcd) andrebbe aggiunto il limite εc2 a 3/7 dell'altezza di EC2.
- **Maschi murari**: legge bilineare con du fissato in % di h; nessuna interazione fra maschi e fasce (fasce infinitamente rigide), come nel metodo semplificato della Circolare.
- **Valori della Tab. C8.5.I** precaricati: controllarli sulla Circolare vigente prima dell'uso.

Raccomandazione: per portali con trave snella o carichi verticali alti controllare in relazione la riga «Trave acciaio: flessione nella comb. sismica» e il motivo di fine curva; se la curva termina per cerniera in campata, aumentare il profilo è di norma la scelta più economica.

Bibliografia

Riferimenti citati a memoria, senza consultazione in rete in questa sessione: verificare edizioni e paragrafi.

1. D.M. 17/01/2018, Norme tecniche per le costruzioni (NTC 2018): §4.1.2.3, §4.2.4, §7.8.2.2, §8.4.1.
2. Circolare C.S.LL.PP. 21/01/2019 n. 7: §C8.5, Tab. C8.5.I–II, §C8.7.1.
3. UNI EN 1992-1-1 (EC2), §3.1.7 (parabola-rettangolo e stress-block); UNI EN 1993-1-1 (EC3), §6.2.5–6.2.6.
4. Turnšek V., Čačovič F. (1971), Some experimental results on the strength of brick masonry walls, Proc. 2nd Int. Brick Masonry Conference, Stoke-on-Trent.
5. Magenes G., Calvi G.M. (1997), In-plane seismic response of brick masonry walls, Earthquake Engineering & Structural Dynamics 26.
6. Neal B.G., The Plastic Methods of Structural Analysis, Chapman & Hall (portali, meccanismi di piano e combinato).
7. Horne M.R., Plastic Theory of Structures, Pergamon.
8. Kleinlogel A., Rahmenformeln (formulario dei telai).
9. Timoshenko S.P., Gere J.M., Mechanics of Materials (trave con deformabilità a taglio).