REPORT DI VALIDAZIONE

Validazione del programma di calcolo «Rinforzo trave lignea con profilo a T»

Confronto con casi di letteratura, soluzioni analitiche indipendenti e valori normativi

Versione	modulo giunti 1.0
Data	29 ottobre 2026
Casi	10 gruppi, 52 confronti
Esito	tutti i 52 confronti entro tolleranza

1. Scopo e metodo

Il report verifica che il programma restituisca risultati corretti confrontandoli con: (a) valori pubblicati in letteratura tecnica e scientifica; (b) soluzioni analitiche indipendenti, sviluppate separatamente dal codice di calcolo; (c) valori tabellati dalle norme. Tutti i valori «Programma» sono prodotti dalle stesse funzioni usate dall'applicazione (compute, analyze, smithTeng, jointCalc), eseguite sui dati dei casi di riferimento; il report è generato dal programma stesso.

Per ciascun confronto si riporta lo scarto percentuale (Programma - Riferimento)/|Riferimento| e una tolleranza motivata: 0,1–0,5 % per confronti con formule chiuse (errore di discretizzazione delle 3000 strisce), 0,5–1 % per valori a stampa arrotondati, valori più ampi solo dove la fonte non dichiara tutti i parametri.

Caso	Oggetto	Confronti	Esito
V1	Tensione d'interfaccia all'estremità del rinforzo – Smith & Teng (2001)	2/2	CONFORME
V2	Smith & Teng: approssimazione in forma chiusa, soluzione esatta e integrazione numerica	3/3	CONFORME
V3	Sezione legno–acciaio omogeneizzata – Pytel & Singer, Strength of Materials, Probl. 1005–1007	4/4	CONFORME
V4	Integrazione a strisce della sezione reale vs scomposizione in rettangoli	6/6	CONFORME
V5	Equilibrio delle tensioni sulla sezione	2/2	CONFORME
V6	Trave non rinforzata: formule chiuse di Navier, Jourawski e Timoshenko	6/6	CONFORME
V7	Coefficienti e proprietà dei materiali impostati nel programma	13/13	CONFORME
V8	Cordoni d'angolo anima–piattabanda (EN 1993-1-8 §4.5.3.3)	3/3	CONFORME
V9	Equilibrio longitudinale della connessione	1/1	CONFORME
V10	Integrità dei file prodotti (DXF e PDF)	12/12	CONFORME

2. V1 – Tensione d'interfaccia all'estremità del rinforzo – Smith & Teng (2001)

Fonte: Smith & Teng, Eng. Struct. 23 (2001) 857–871; valori di riferimento tabellati in Kerboua, Adda Bedia, Tounsi, Mécanique & Industries 10 (2009) 325–335, Tab. 2.

Trave in c.a. 200 × 300 mm, L = 3000 mm, rinforzo CFRP 200 × 4 mm (E = 100 GPa) che termina a a = 300 mm dall'appoggio, q = 50 kN/m. Si confronta la funzione smithTeng() del programma con il picco $\tau(0)$ tabellato per la soluzione di Smith & Teng.

Grandezza	Unità	Riferimento	Programma	Scarto	Toll.	Esito
τ(0), E_1 = 30 GPa (E_a = 2 GPa, ν_a = 0,35, t_a = 2 mm)	MPa	2,740	2,740	+0,01 %	1,0 %	OK
τ(0), E_1 = 50 GPa (stessi parametri) (scarto atteso: la Tab. 2 non specifica tutti i parametri della seconda colonna)	MPa	1,796	1,702	-5,23 %	6,0 %	OK

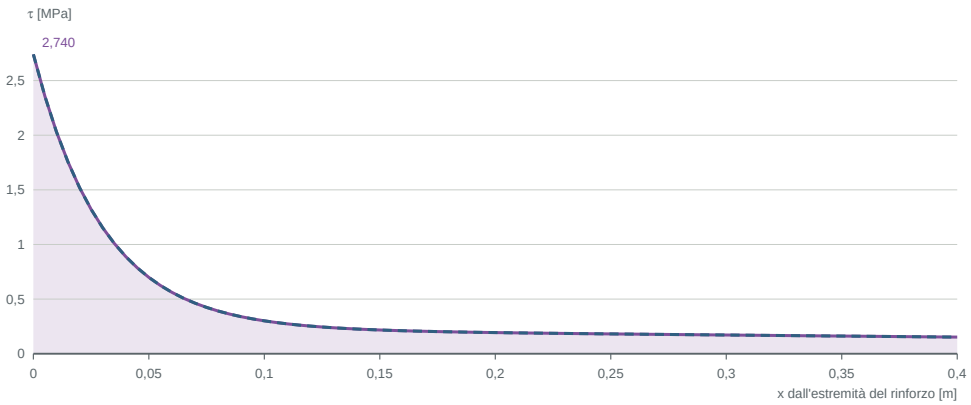
Con i valori della Tab. 1 dello stesso articolo (E_a = 3 GPa, t_a = 4 mm) la formula fornisce τ(0) = 2,400 MPa: il valore tabellato 2,740 MPa coincide invece esattamente con i parametri dell'esempio originale di Smith & Teng (E_a = 2 GPa, t_a = 2 mm), adottati qui. La seconda colonna (E_1 = 50 GPa) è riprodotta con scarto -5,2 %, imputabile a parametri non dichiarati; l'andamento (riduzione del picco al crescere di E_1) è riprodotto.

3. V2 – Smith & Teng: approssimazione in forma chiusa, soluzione esatta e integrazione numerica

Fonte: Stessa equazione differenziale di Smith & Teng (2001), Zergua (2015) eq. 20–21; formula di Jourawski per connessione rigida.

Il picco in forma chiusa trascura il termine in cosh: si confronta con la soluzione analitica che impone τ = 0 in mezzeria e con un'integrazione alle differenze finite (4000 intervalli). Per G_a → ∞ il termine m_1·V_T deve coincidere con il flusso di Jourawski della sezione a connessione rigida.

Grandezza	Unità	Riferimento	Programma	Scarto	Toll.	Esito
τ(0) forma chiusa vs soluzione esatta	MPa	2,740	2,740	+0,00 %	0,5 %	OK
τ(0) differenze finite vs soluzione esatta	MPa	2,740	2,740	-0,00 %	0,5 %	OK
m_1·V_T(a) per G_a → ∞ vs Jourawski (V·S/(I·b)) (S&T usa y_1+y_2 al posto di d: scarto atteso ≈ t_a/d = 1,3 %)	MPa	0,2310	0,2284	-1,15 %	1,5 %	OK



τ(x) nel caso V1 (E_1 = 30 GPa): forma chiusa (continua) e soluzione esatta (tratteggio) coincidono entro lo spessore della linea.

4. V3 – Sezione legno–acciaio omogeneizzata – Pytel & Singer, Strength of Materials, Probl. 1005–1007

Fonte: Pytel A., Singer F.L., Strength of Materials, Probl. 1005 e 1007 (sezione 6 × 10 in con piatto d'intradosso, n = 20).

Trave in legno 6 × 10 in (152,4 × 254 mm) con piatto d'acciaio 4 × 1/2 in all'intradosso, n = 20. Il testo fornisce l'asse neutro a 7,1 in dal lembo superiore e I_NA = 1160 in^4. Il piatto è riprodotto con un profilo a T ad anima di spessore trascurabile. Per il Probl. 1007 (L = 20 ft, w = 300 lb/ft) le tensioni di riferimento sono calcolate con i valori a stampa dell'asse neutro e di I.

Grandezza	Unità	Riferimento	Programma	Scarto	Toll.	Esito
Asse neutro dal lembo superiore (valore a stampa arrotondato a 0,1 in)	in	7,100	7,101	+0,02 %	0,5 %	OK
Momento d'inerzia I_NA (in unità legno) (valore a stampa arrotondato)	in^4	1160,0	1162,6	+0,23 %	0,5 %	OK
σ max legno, Probl. 1007	MPa	7,596	7,580	-0,21 %	1,0 %	OK
σ max acciaio, Probl. 1007	MPa	72,752	72,563	-0,26 %	1,0 %	OK

5. V4 – Integrazione a strisce della sezione reale vs scomposizione in rettangoli

Fonte: Teoria della sezione omogeneizzata (Timoshenko & Gere; CNR-DT 206 R1/2018 §7.6).

Trave di default 160 × 240 GL24h con T 80×8 / 100×8, fresatura 12 × 102 mm, t = 0. Le proprietà del programma (3000 strisce) sono confrontate con il calcolo a mano per somma di rettangoli (legno pieno - fresatura + piattabanda + anima omogeneizzate).

Grandezza	Unità	Riferimento	Programma	Scarto	Toll.	Esito
A_id, T all'intradosso	mm²	63.471,7	63.487,6	+0,03 %	0,1 %	OK
y_G, T all'intradosso	mm	82,387	82,357	-0,04 %	0,1 %	OK
I_id, T all'intradosso	mm^4	3,5115e+8	3,5130e+8	+0,04 %	0,1 %	OK
A_id, T all'estradosso	mm²	63.471,7	63.487,6	+0,03 %	0,1 %	OK
y_G, T all'estradosso	mm	157,6	157,6	+0,02 %	0,1 %	OK
I_id, T all'estradosso	mm^4	3,5115e+8	3,5130e+8	+0,04 %	0,1 %	OK

6. V5 – Equilibrio delle tensioni sulla sezione

Fonte: Condizioni di equilibrio della sezione inflessa (N = 0, $\int \sigma \cdot y \, dA = M$).

Per SLU 2 a t = 0 si integrano le tensioni del legno (N_w, M_w dal programma) e dell'acciaio (calcolate a parte sul profilo a T): la risultante assiale deve essere nulla e il momento risultante pari a M_Ed.

Grandezza	Unità	Riferimento	Programma	Scarto	Toll.	Esito
Sforzo nel legno |N_w| = sforzo nell'acciaio N_s	N	1,0480e+5	1,0495e+5	+0,14 %	0,2 %	OK
Momento risultante M_w + N·d + M_s = M_Ed	N·mm	2,4844e+7	2,4832e+7	-0,05 %	0,2 %	OK

7. V6 – Trave non rinforzata: formule chiuse di Navier, Jourawski e Timoshenko

Fonte: Timoshenko S.P., Gere J.M., Mechanics of Materials; EN 1995-1-1 §6.1.6–6.1.7.

Trave non rinforzata 160 × 240 mm e circolare D = 260 mm, carichi di default: tensioni massime e freccia (flessione + taglio, $\chi = 1{,}2$) confrontate con le formule chiuse.

Grandezza	Unità	Riferimento	Programma	Scarto	Toll.	Esito
σ_m = 6M/(b h²) rettangolare	MPa	16,174	16,174	-0,00 %	0,1 %	OK
τ_max = 1,5 V/(b h) rettangolare	MPa	0,7764	0,7764	-0,00 %	0,5 %	OK
w_G,inst = 5qL^4/(384EI) + qL²/(8GA/χ)	mm	13,963	13,963	+0,00 %	0,1 %	OK
I = πD^4/64 circolare	mm^4	2,2432e+8	2,2432e+8	+0,00 %	0,1 %	OK

Grandezza	Unità	Riferimento	Programma	Scarto	Toll.	Esito
σ_m = 32M/(πD³) circolare	MPa	14,398	14,398	-0,00 %	0,2 %	OK
τ_max = 4V/(3A) circolare	MPa	0,4991	0,4991	-0,00 %	0,5 %	OK

8. V7 – Coefficienti e proprietà dei materiali impostati nel programma

Fonte: NTC 2018 e Circolare 2019; EN 1995-1-1; EN 14080:2013; EN 338:2016; EN 1993-1-8.

Confronto voce per voce tra i valori normativi e quelli codificati nel programma.

Voce	Norma	Programma	Esito
k_mod CS 1–2 permanente / lunga / media / breve / istantanea (NTC Tab. 4.4.IV)	0,60 / 0,70 / 0,80 / 0,90 / 1,10	0,60 / 0,70 / 0,80 / 0,90 / 1,10	OK
k_mod CS 3 (NTC Tab. 4.4.IV)	0,50 / 0,55 / 0,65 / 0,70 / 0,90	0,50 / 0,55 / 0,65 / 0,70 / 0,90	OK
k_def CS 1 / 2 / 3, legno massiccio e lamellare (NTC Tab. 4.4.V)	0,60 / 0,80 / 2,00	0,60 / 0,80 / 2,00	OK
γ_M massiccio / lamellare (NTC Tab. 4.4.III, col. A)	1,50 / 1,45	1,50 / 1,45	OK
k_h lamellare h = 240 mm: (600/h)^0,1 (EN 1995-1-1 §3.3)	1,096	1,096	OK
k_h massiccio h = 120 mm: (150/h)^0,2 (EN 1995-1-1 §3.2)	1,046	1,046	OK
GL24h: f_m,k / f_t,0,k / f_c,0,k / f_v,k / E_0,mean (EN 14080:2013)	24 / 19,2 / 24 / 3,5 / 11500	24 / 19,2 / 24 / 3,5 / 11500	OK
C24: f_m,k / f_t,0,k / f_c,0,k / f_v,k / E_0,mean (EN 338:2016)	24 / 14,5 / 21 / 4,0 / 11000	24 / 14,5 / 21 / 4,0 / 11000	OK
ψ_0 / ψ_1 / ψ_2 cat. A (NTC Tab. 2.5.I)	0,7 / 0,5 / 0,3	0,7 / 0,5 / 0,3	OK
ψ_0 / ψ_1 / ψ_2 neve ≤ 1000 m (NTC Tab. 2.5.I)	0,5 / 0,2 / 0,0	0,5 / 0,2 / 0,0	OK
f_u S235 / S275 / S355, t ≤ 40 mm (NTC Tab. 11.3.IX)	360 / 430 / 510	360 / 430 / 510	OK
β_w S235 / S275 / S355 (EN 1993-1-8 Tab. 4.1)	0,80 / 0,85 / 0,90	0,80 / 0,85 / 0,90	OK
γ_M0 / γ_M2 (NTC Tab. 4.2.VII e 4.2.XII)	1,05 / 1,25	1,05 / 1,25	OK

9. V8 – Cordoni d'angolo anima–piattabanda (EN 1993-1-8 §4.5.3.3)

Fonte: EN 1993-1-8 §4.5.3.3 (metodo semplificato), NTC 2018 §4.2.8.2.4.

Resistenza per unità di lunghezza del cordone e flusso di scorrimento all'unione, ricalcolati a mano per la trave di default (a = 4 mm, S275).

Grandezza	Unità	Riferimento	Programma	Scarto	Toll.	Esito
f_vw,d = f_u/(√3·β_w·γ_M2), S275	MPa	233,7	233,7	+0,00 %	0,1 %	OK
F_w,Rd = a·f_vw,d, a = 4 mm	N/mm	934,6	934,6	+0,00 %	0,1 %	OK
Flusso q_wf = V·S_fl/I_id (SLU 2, t = ∞)	N/mm	70,888	70,888	+0,00 %	0,1 %	OK

10. V9 – Equilibrio longitudinale della connessione

Fonte: Equilibrio del profilo isolato: ∫ q_s dx tra appoggio e mezzeria = N_s(L/2).

L'integrale del flusso trasferito dalla resina dall'appoggio alla mezzeria deve eguagliare lo sforzo nel profilo in mezzeria ottenuto dalle tensioni normali.

Grandezza	Unità	Riferimento	Programma	Scarto	Toll.	Esito
∫ q_s dx = q_s(0)·L/4 vs N_s(L/2)	N	1,0480e+5	1,0495e+5	+0,14 %	0,2 %	OK

11. V10 – Integrità dei file prodotti (DXF e PDF)

Fonte: Lettore DXF R12 indipendente (Python), qpdf --check, pdftotext.

Per quattro configurazioni (rettangolare all'intradosso; circolare all'estradosso con a_p = 200 mm e profilo laminato; trave di 9,5 m con giunti di continuità; circolare all'intradosso) si esportano DXF trave, DXF giunti e relazione giunti in PDF e se ne verifica la leggibilità con strumenti esterni al programma.

Voce	Norma	Programma	Esito
DXF giunti.dxf – caso «default»: struttura R12, layer, POLYLINE/SEQEND	HEADER/TABLES/ENTITIES, EOF, layer definiti	2965 coppie; 251 entità; 36 3DFACE	OK
DXF trave.dxf – caso «default»: struttura R12, layer, POLYLINE/SEQEND	HEADER/TABLES/ENTITIES, EOF, layer definiti	1379 coppie; 118 entità	OK
PDF relazione giunti – caso «default»: sintassi (qpdf), simboli greci estraibili	nessun errore; τ, λ, ≤ presenti	6 pagine, nessun errore, simboli presenti	OK
DXF giunti.dxf – caso «circ_top_ap»: struttura R12, layer, POLYLINE/SEQEND	HEADER/TABLES/ENTITIES, EOF, layer definiti	4860 coppie; 271 entità; 76 3DFACE	OK
DXF trave.dxf – caso «circ_top_ap»: struttura R12, layer, POLYLINE/SEQEND	HEADER/TABLES/ENTITIES, EOF, layer definiti	1382 coppie; 121 entità	OK
PDF relazione giunti – caso «circ_top_ap»: sintassi (qpdf), simboli greci estraibili	nessun errore; τ, λ, ≤ presenti	6 pagine, nessun errore, simboli presenti	OK
DXF giunti.dxf – caso «lunga_giunti»: struttura R12, layer, POLYLINE/SEQEND	HEADER/TABLES/ENTITIES, EOF, layer definiti	3681 coppie; 315 entità; 36 3DFACE	OK
DXF trave.dxf – caso «lunga_giunti»: struttura R12, layer, POLYLINE/SEQEND	HEADER/TABLES/ENTITIES, EOF, layer definiti	1379 coppie; 118 entità	OK
PDF relazione giunti – caso «lunga_giunti»: sintassi (qpdf), simboli greci estraibili	nessun errore; τ, λ, ≤ presenti	7 pagine, nessun errore, simboli presenti	OK
DXF giunti.dxf – caso «circ_bot»: struttura R12, layer, POLYLINE/SEQEND	HEADER/TABLES/ENTITIES, EOF, layer definiti	5131 coppie; 297 entità; 76 3DFACE	OK
DXF trave.dxf – caso «circ_bot»: struttura R12, layer, POLYLINE/SEQEND	HEADER/TABLES/ENTITIES, EOF, layer definiti	1382 coppie; 121 entità	OK
PDF relazione giunti – caso «circ_bot»: sintassi (qpdf), simboli greci estraibili	nessun errore; τ, λ, ≤ presenti	6 pagine, nessun errore, simboli presenti	OK

12. Conclusioni

Tutti i 52 confronti rientrano nelle tolleranze dichiarate. Il calcolo della sezione omogeneizzata, delle tensioni, delle frecce, della connessione incollata (compreso il picco d'estremità secondo Smith & Teng), delle saldature e i coefficienti normativi sono conformi ai riferimenti. Lo scarto del 5 % circa sul secondo valore di Kerboua et al. è documentato e non riguarda la formulazione (il primo valore della stessa tabella è riprodotto esattamente).

Limiti della validazione: i casi coprono il comportamento elastico lineare con connessione rigida; non sono validati sperimentalmente la resistenza della resina, il peeling d'estremità, la viscosità della resina e il comportamento al fuoco, che restano a carico del progettista sulla base della documentazione del prodotto.

13. Bibliografia

- Smith S.T., Teng J.G. (2001). Interfacial stresses in plated beams. Engineering Structures 23(7), 857–871.
- Kerboua B., Adda Bedia E.A., Tounsi A. (2009). Interfacial stresses in externally FRP-plated structures: effect of shear deformations and fiber orientation. Mécanique & Industries 10, 325–335.
- Zergua A. (2015). Interfacial stresses in strengthened beam with shear cohesive zone model. Sadhana 40(1), 235–248.

- Pytel A., Singer F.L. Strength of Materials, 4th ed., Harper & Row – Problemi 1005–1007 (travi composte legno–acciaio).
- Timoshenko S.P., Gere J.M. Mechanics of Materials. PWS.
- D.M. 17/01/2018 (NTC 2018) e Circolare 21/01/2019 n. 7; UNI EN 1995-1-1; UNI EN 1993-1-8; UNI EN 14080:2013; UNI EN 338:2016; CNR-DT 206 R1/2018.