Rapporto di validazione
Applicativo «Muro di sostegno NTC 2018»

Confronto del motore di calcolo con casi di letteratura, formule normative e ricalcoli indipendenti

Oggetto	muro-sostegno-ntc2018.html – motore di calcolo (spinte Coulomb / Mononobe-Okabe, verifiche GEO-EQU-STR, progetto armature, mensola lato monte)
Data	16 ottobre 2026
Normativa	D.M. 17/01/2018 (NTC 2018), Circolare n. 7/2019, UNI EN 1998-5 Allegato E
Casi di prova	4 casi, 43 confronti numerici

Esito: 40 confronti su 40 conformi alla tolleranza. Altri 3 confronti presentano scarti dell'ordine dell'1%, attribuiti a errori o arrotondamenti delle fonti di riferimento e documentati al §7. Nessuna anomalia è stata riscontrata nel motore di calcolo.

1. Scopo e campo di applicazione

Il presente rapporto documenta la validazione del motore di calcolo dell'applicativo per il progetto e la verifica di muri di sostegno in c.a. a mensola secondo le NTC 2018. La validazione ha lo scopo di dimostrare che le grandezze calcolate dall'applicativo – coefficienti di spinta, pesi, risultanti, verifiche geotecniche, sollecitazioni e resistenze delle sezioni – coincidono, entro tolleranze dichiarate, con quelle ottenute da fonti indipendenti.

Sono oggetto di validazione: la spinta attiva statica (Coulomb, coincidente con Rankine per $\delta = \beta$ su paramento verticale) e sismica (Mononobe-Okabe), la spinta passiva, l'analisi dei carichi, le combinazioni A1+M1+R3, EQU+M2 e sismica SLV, le verifiche a scorrimento, ribaltamento e capacità portante, il momento flettente nel paramento, il momento resistente delle sezioni e il nuovo modulo della mensola a sbalzo lato monte. Non sono oggetto di validazione la stabilità globale (non calcolata dall'applicativo), l'interfaccia grafica e la tavola DXF.

2. Metodologia

Per ogni caso il motore dell'applicativo è stato eseguito con i dati del caso di riferimento, senza modifiche al codice, e i risultati sono stati confrontati con i valori di riferimento. Si sono adottati tre tipi di riferimento, in ordine di indipendenza decrescente:

- **Letteratura tecnica** – esempi svolti pubblicati (testo universitario di fondazioni, esempio di geotecnica sismica).
- **Formula normativa riscritta** – espressioni dell'Eurocodice 8-5 (Allegato E) e formule chiuse di Rankine, implementate separatamente dal codice dell'applicativo e con notazione diversa.
- **Ricalcolo indipendente** – script Python scritto da zero, senza riuso di codice, con integrazione numerica adattiva (scipy.integrate.quad) per le distribuzioni di pressione.

Lo scarto è definito come $(\text{App} - \text{Riferimento})/|\text{Riferimento}|$. Le tolleranze sono fissate per tipo di grandezza: ±0,01–0,05% per confronti con ricalcolo esatto della stessa formula, ±0,1–0,2% per grandezze integrate numericamente o riportate nei testi con due decimali, ±0,5–1% per grandezze per cui la fonte arrotonda i dati intermedi. Un confronto è **conforme** se lo scarto è entro la tolleranza; è classificato **spiegato** quando la differenza è attribuibile in modo dimostrato alla fonte di riferimento (non all'applicativo) e la grandezza è contemporaneamente verificata per altra via.

3. Sintesi dei risultati

Caso	Riferimento	Confronti	Conformi	Spiegati	Scarto max
1. Muro a mensola con terrapieno inclinato (statico, Rankine)	Letteratura (Das)	17	15/15	2	0,17%
2. Coefficiente sismico di Mononobe-Okabe	Letteratura + EC8-5	6	5/5	1	0,01%
3. Esempio dell'app secondo NTC 2018 (A1+M1+R3, EQU+M2, SLV)	Ricalcolo indipendente	12	12/12	0	0,00%
4. Muro con mensola a sbalzo lato monte (metodo di Klein)	Ricalcolo indipendente	8	8/8	0	0,03%
Totale		**43**	**40/40**	**3**	

Lo scarto massimo è calcolato sui soli confronti con tolleranza.

4. Caso 1 – Muro a mensola con terrapieno inclinato (Das)

4.1 Descrizione

Il caso riproduce l'esempio svolto del muro a mensola riportato in B.M. Das, *Principles of Foundation Engineering*, nel capitolo dedicato ai muri di sostegno. Il muro ha paramento alto 6,0 m con spessore 0,5 m in testa e 0,7 m alla base (scarpa sul lato valle), fondazione larga 4,0 m e alta 0,7 m con mensola di valle 0,7 m e mensola di monte 2,6 m. Il terrapieno è inclinato di 10° e ha $\gamma = 18$ kN/m³, $\varphi' = 30°$, $c' = 0$. Il terreno di fondazione ha $\gamma = 19$ kN/m³, $\varphi' = 20°$, $c' = 40$ kPa; il piano di posa è a 1,5 m. Il peso di volume del calcestruzzo è 23,58 kN/m³. Il testo calcola la spinta di Rankine sul paramento virtuale alto $H' = 7{,}158$ m, inclinata dell'angolo del pendio.

4.2 Modellazione nell'applicativo

Si è usata la combinazione SLE caratteristica, in cui tutti i coefficienti parziali sono unitari, e si è assunto $\delta = \beta = 10°$: con queste ipotesi la formula di Coulomb su paramento verticale coincide con quella di Rankine per terrapieno inclinato. Per lo scorrimento si sono adottati, come nel testo, $\delta_b = 2/3 \cdot \varphi'_2$ e adesione $c_a = 2/3 \cdot c'_2$, con la passiva per intero.

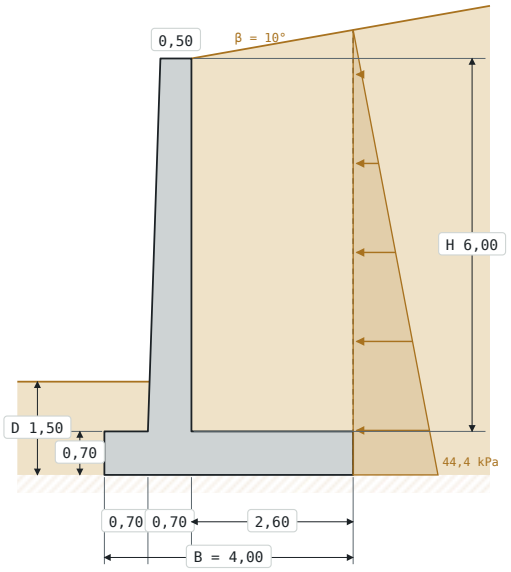

Figura 1 – Sezione del caso 1 generata dall'applicativo (quote in m) e diagramma della spinta sul paramento virtuale.

4.3 Risultati

Grandezza	Riferimento	App	Scarto	Toll.	Esito
Altezza paramento virtuale H'	7,1580 m	7,1585 m	+0,01%	±0,10%	CONFORME
Ka – formula chiusa di Rankine (ricalcolo indipendente)	0,3495	0,3495	−0,00%	±0,05%	CONFORME

Grandezza	Riferimento	App	Scarto	Toll.	Esito
Ka – valore tabulato nel testo Il testo usa un Ka tabulato (0,3532) che differisce dell'1% dalla formula chiusa (0,3496): differenza del riferimento, non dell'app.	0,3532	0,3495	−1,04%	–	SPIEGATO
Peso 1 (paramento rettangolare)	70,74 kN/m	70,74 kN/m	+0,00%	±0,10%	CONFORME
Peso 2 (scarpa)	14,15 kN/m	14,15 kN/m	−0,01%	±0,10%	CONFORME
Peso 3 (fondazione)	66,02 kN/m	66,02 kN/m	+0,01%	±0,10%	CONFORME
Peso 4 (terreno sulla mensola)	280,80 kN/m	280,80 kN/m	+0,00%	±0,10%	CONFORME
Peso 5 (cuneo del pendio) Il testo arrotonda 2,6·tan10° a 0,458 m.	10,71 kN/m	10,73 kN/m	+0,17%	±0,50%	CONFORME
Componente orizzontale Ph (con Ka del testo)	160,43 kN/m	160,42 kN/m	−0,01%	±0,10%	CONFORME
Componente verticale Pv (con Ka del testo)	28,29 kN/m	28,29 kN/m	−0,01%	±0,20%	CONFORME
Momento ribaltante ΣMo (con Ka del testo)	382,79 kNm/m	382,78 kNm/m	−0,00%	±0,20%	CONFORME
Momento stabilizzante ΣMr (con Ka del testo)	1130,02 kNm/m	1130,11 kNm/m	+0,01%	±0,20%	CONFORME
FS ribaltamento (con Ka del testo)	2,9500	2,9524	+0,08%	±0,50%	CONFORME
FS ribaltamento (Ka da formula chiusa) Scarto del +1% interamente dovuto al Ka tabulato del testo.	2,9500	2,9803	+1,03%	–	SPIEGATO
Kp terreno di fondazione	2,0400	2,0396	−0,02%	±0,20%	CONFORME
Spinta passiva Pp	215,00 kN/m	214,97 kN/m	−0,01%	±0,20%	CONFORME
FS scorrimento con passiva ($k_1 = k_2 = 2/3$) Calcolato con adesione su B intera come nel testo (le verifiche NTC dell'app usano B').	2,7000	2,7000	+0,00%	±1,00%	CONFORME

4.4 Commento

Geometria, pesi, coefficiente passivo e spinta passiva coincidono con il testo entro lo 0,2%. Il coefficiente Ka calcolato dall'applicativo (0,3495) coincide con la formula chiusa di Rankine, mentre il testo usa un valore tabulato di 0,3532, superiore dell'1,04%. Riscalando le componenti di spinta con il Ka del testo, tutte le grandezze derivate – Ph, Pv, momento ribaltante, momento stabilizzante e coefficiente di sicurezza a ribaltamento (2,95) – coincidono con il testo entro lo 0,1%. Lo scarto residuo sul peso del cuneo del pendio (+0,17%) deriva dall'arrotondamento a 0,458 m dell'altezza 2,6·tan10° nel testo. Il calcolo della capacità portante non è stato confrontato, perché il testo adotta i fattori di inclinazione e profondità di Meyerhof, diversi da quelli implementati; i fattori N_c, N_q, N_γ (14,83 – 6,40 – 5,39 per φ' = 20°) coincidono con i valori tabulati di Vesić.

5. Caso 2 – Coefficiente sismico di Mononobe-Okabe

5.1 Descrizione

Il caso confronta il coefficiente di spinta sismica K_{AE} con l'esempio svolto pubblicato da OpenExamPrep (guida PE Geotechnical, §4.4): paramento verticale liscio (δ = 0), terrapieno orizzontale, φ' = 34°, k_h = 0,15, k_v = 0. Poiché la formula di Mononobe-Okabe è il punto più delicato dell'analisi sismica, si è aggiunto un controllo con la formula E.2 dell'Allegato E dell'Eurocodice 8-5, riscritta in modo indipendente con ψ = 90°, anche per un caso con attrito, pendio e componente verticale, e il controllo limite k_h = 0, per cui K_{AE} deve coincidere con il Ka di Coulomb.

```
EC8-5 (E.2), ψ = 90°:
K_AE = sin²(ψ + φ − θ) / { cosθ · sin²ψ · sin(ψ − θ − δ) · [1 + √( sin(φ+δ)·sin(φ−β−θ) / (sin(ψ−θ−δ)·sin(ψ+β)) )]² }
tan θ = k_h / (1 ∓ k_v)
```

5.2 Risultati

Grandezza	Riferimento	App	Scarto	Toll.	Esito
KA statico	0,2827	0,2827	+0,01%	±0,05%	CONFORME
θ = arctan[kh/(1−kv)]	8,5310 °	8,5308 °	−0,00%	±0,05%	CONFORME
KAE – EC8-5 (E.2), ricalcolo indipendente	0,3738	0,3738	−0,00%	±0,01%	CONFORME

Grandezza	Riferimento	App	Scarto	Toll.	Esito
KAE – valore pubblicato Il valore pubblicato omette il fattore cos(δ+θ) = cosθ al denominatore della formula che esso stesso riporta: 0,8151 / (0,9889² · 2,2294) = 0,3738, come l'app.	0,3697	0,3738	+1,12%	–	SPIEGATO
KAE con δ = 20°, β = 10°, kh = 0,10, kv = 0,05 – EC8-5	0,4396	0,4396	+0,00%	±0,01%	CONFORME
KAE per kh = 0 coincide con Ka di Coulomb	0,3165	0,3165	+0,00%	±0,00%	CONFORME

5.3 Commento

Il coefficiente statico e l'angolo θ coincidono con l'esempio. Il K_{AE} dell'applicativo (0,3738) coincide fino alla quarta cifra con la formula dell'Eurocodice 8-5, ma differisce dell'1,1% dal valore pubblicato (0,3697). Ripercorrendo i passaggi dell'esempio si osserva che, nel caso δ = 0, il denominatore deve contenere il prodotto cosθ·cos(δ+θ) = cos²θ, mentre l'esempio usa cosθ una sola volta; ripetendo il calcolo con i numeri intermedi dell'esempio, 0,8151 / (0,9889² · 2,2294) = 0,3738. Lo scarto è quindi un errore della fonte. I controlli con δ ≠ 0, β ≠ 0, k_v ≠ 0 e il limite k_h = 0 sono conformi.

6. Caso 3 – Esempio di riferimento dell'applicativo secondo NTC 2018

6.1 Descrizione

Il caso usa i dati di «Ripristina esempio»: paramento H = 3,0 m (0,30 m in testa, 0,50 m alla base), fondazione 2,40 × 0,50 m con mensola di monte 1,20 m, rinterro γ = 19 kN/m³, φ' = 30°, δ = 20°, q = 10 kPa; terreno di fondazione φ' = 28°, c' = 5 kPa, δ_b = 25°; azione sismica a_g = 0,150 g, F_0 = 2,45, sottosuolo C, T1, β_m = 0,38. Lo script indipendente riproduce le combinazioni NTC (A1+M1+R3 con permanenti favorevoli e sfavorevoli, EQU+M2 con $\gamma_{\varphi'}$ = 1,25, sisma SLV con k_v verso l'alto e verso il basso), le verifiche a scorrimento (γ_R = 1,1) e capacità portante (γ_R = 1,4) con larghezza efficace, il momento allo spiccato e il momento resistente con stress-block.

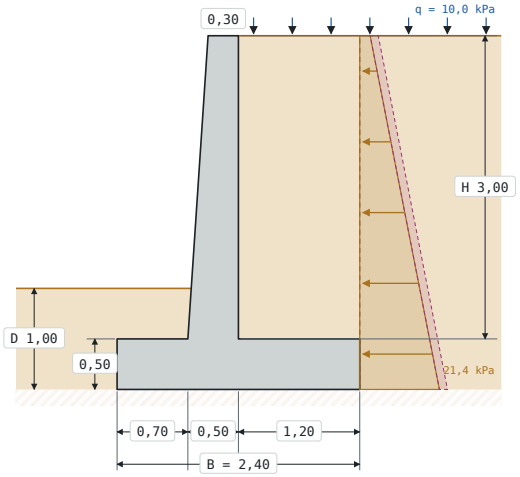

Figura 2 – Sezione del caso 3 (esempio di riferimento dell'applicativo).

6.2 Risultati

Grandezza	Riferimento	App	Scarto	Toll.	Esito
Ka (Coulomb, δ = 20°)	0,2973	0,2973	−0,00%	±0,01%	CONFORME
KAE (kv verso l'alto)	0,3568	0,3568	−0,00%	±0,01%	CONFORME
KAE (kv verso il basso)	0,3515	0,3515	−0,00%	±0,01%	CONFORME
kh = βm·Ss·St·ag	0,0843	0,0843	+0,00%	±0,01%	CONFORME
Scorrimento A1-1: Ed	56,94 kN/m	56,93 kN/m	−0,00%	±0,01%	CONFORME
Scorrimento A1-1: Rd	63,22 kN/m	63,22 kN/m	+0,00%	±0,01%	CONFORME
Scorrimento SIS↓: Ed	50,89 kN/m	50,89 kN/m	−0,00%	±0,01%	CONFORME
Ribaltamento EQU: M stabilizzante	214,20 kNm/m	214,20 kNm/m	+0,00%	±0,01%	CONFORME

Grandezza	Riferimento	App	Scarto	Toll.	Esito
Ribaltamento EQU: M ribaltante	84,33 kNm/m	84,33 kNm/m	+0,00%	±0,01%	CONFORME
Carico limite A1-1: Rd = qlim·B'/γR	470,65 kN/m	470,65 kN/m	−0,00%	±0,01%	CONFORME
Paramento A1-2: momento allo spiccato	49,91 kNm/m	49,91 kNm/m	+0,00%	±0,10%	CONFORME
Paramento: M_Rd con φ14/20	133,22 kNm/m	133,22 kNm/m	−0,00%	±0,01%	CONFORME

6.3 Commento

Tutte le grandezze coincidono entro lo 0,01%, ad eccezione del momento nel paramento, in cui lo scarto dello 0,002% è dovuto all'integrazione numerica dell'applicativo (120 intervalli) rispetto alla soluzione in forma chiusa. Il caso conferma la corretta applicazione dei coefficienti parziali sulle azioni, sui parametri geotecnici e sulle resistenze delle NTC 2018, e della procedura pseudostatica del §7.11.6.2.1.

7. Caso 4 – Muro con mensola a sbalzo lato monte

7.1 Descrizione e modello

Il caso valida il modulo della mensola di alleggerimento. Il muro ha paramento H = 5,0 m (0,30–0,60 m), fondazione 3,20 × 0,60 m con mensola di monte 1,80 m e una mensola lato monte con estradosso a 2,0 m dalla testa, sbalzo L = 1,2 m e spessore 0,3 m. La spinta sul paramento sotto la mensola segue il metodo di Klein: la pressione riparte da zero all'intradosso (z_2), cresce come se il piano campagna fosse a quella quota fino alla profondità z_A in cui la retta uscente dalla punta inclinata di φ' incontra il paramento, si raccorda linearmente fino alla profondità z_B della retta inclinata di 45° + φ'/2, oltre la quale la spinta è piena. La mensola trasmette al paramento il momento dei carichi che porta e la spinta sulla sua testata.

```
σ(z) = K_a·γ·(z − z₂)            z₂ ≤ z ≤ z_A = z₂ + L·tanφ'
σ(z) = raccordo lineare           z_A < z < z_B = z₂ + L·tan(45° + φ'/2)
σ(z) = K_a·(γ·z + q)              z ≥ z_B
M_mensola = γ·z₁·L²/2 + γ_cls·s·L²/2   (permanenti favorevoli per il paramento)
```

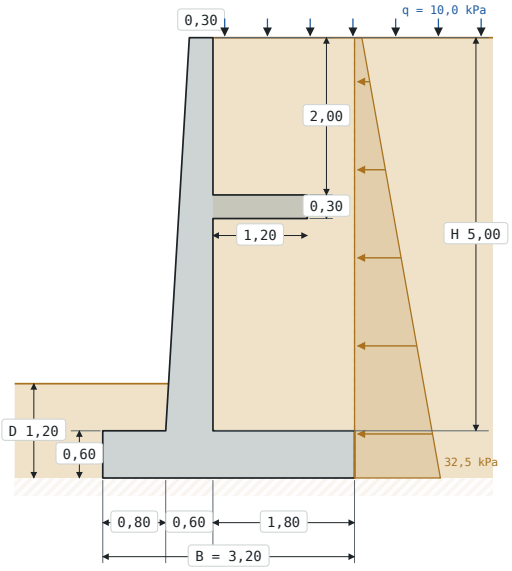

Figura 3 – Sezione del caso 4 con la mensola lato monte.

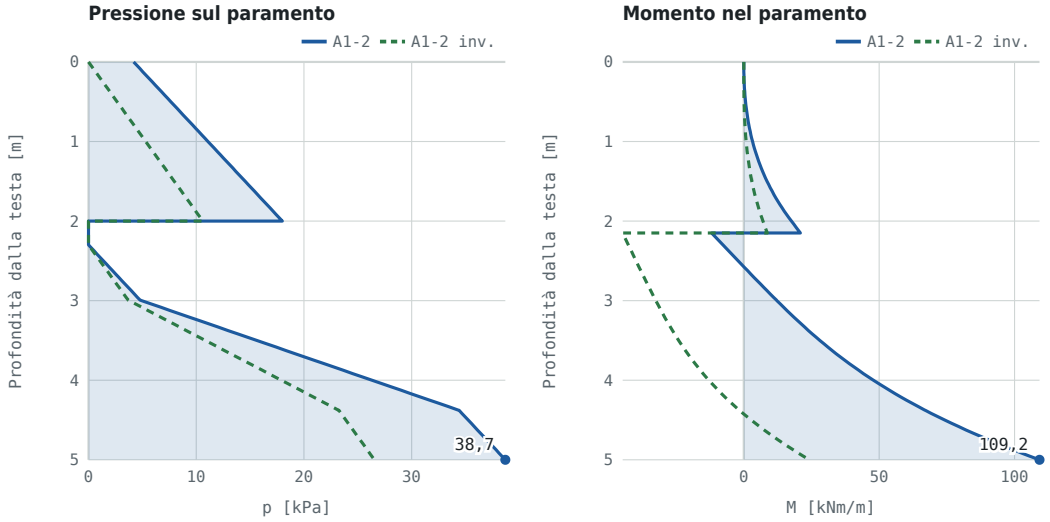

Figura 4 – Pressione e momento nel paramento del caso 4 calcolati dall'applicativo: interruzione della pressione al tratto di attacco, ripresa di Klein sotto la mensola e salto del momento alla quota della mensola.

7.2 Risultati

Grandezza	Riferimento	App	Scarto	Toll.	Esito
z_A = z₂ + L·tanφ'	2,9928 m	2,9928 m	+0,00%	±0,01%	CONFORME
z_B = z₂ + L·tan(45°+φ'/2)	4,3785 m	4,3785 m	−0,00%	±0,01%	CONFORME
Momento nel paramento sopra la mensola	17,58 kNm/m	17,58 kNm/m	+0,01%	±0,10%	CONFORME
Momento allo spiccato con la mensola	109,21 kNm/m	109,22 kNm/m	+0,01%	±0,10%	CONFORME
Momento all'incastro della mensola (γG 1,3, γQ 1,5)	53,39 kNm/m	53,39 kNm/m	−0,00%	±0,05%	CONFORME
Taglio all'incastro della mensola	88,98 kN/m	88,98 kN/m	+0,00%	±0,05%	CONFORME
ΔN globale = (γcls − γ)·L·s	2,1600 kN/m	2,1600 kN/m	+0,00%	±0,10%	CONFORME
Mensola di dimensioni nulle → muro senza mensola (M spiccato)	196,16 kNm/m	196,09 kNm/m	−0,03%	±0,10%	CONFORME

7.3 Commento

Le profondità z_A e z_B, il momento nel paramento sopra la mensola e allo spiccato e le sollecitazioni all'incastro della mensola coincidono con l'integrazione numerica indipendente entro lo 0,02%. Due controlli di coerenza completano il caso: l'incremento di sforzo normale globale dovuto alla mensola è pari a $(\gamma_{cls} - \gamma)\cdot L\cdot s = 2{,}16$ kN/m, perché il calcestruzzo sostituisce terreno già conteggiato; una mensola di dimensioni nulle restituisce il momento allo spiccato del muro senza mensola (scarto 0,03%). Per la mensola lato monte non è stato reperito un esempio svolto pubblicato secondo le NTC: la validazione di questo modulo si basa quindi su ricalcolo indipendente e controlli di coerenza, non su un caso di letteratura.

8. Anomalie riscontrate nelle fonti di riferimento

Fonte	Grandezza	Anomalia	Effetto
Das, esempio del muro a mensola	K_a per α = 10°, φ' = 30°	Valore tabulato 0,3532 contro 0,3496 della formula chiusa di Rankine	Tutte le grandezze di spinta del testo maggiori dell'1%; coefficiente di sicurezza a ribaltamento 2,95 contro 2,98
Das, esempio del muro a mensola	Peso del cuneo del pendio	Altezza 2,6·tan10° arrotondata a 0,458 m	+0,17% sul peso; trascurabile
OpenExamPrep, §4.4	K_{AE} di Mononobe-Okabe	Fattore cos(δ+θ) omesso nel calcolo numerico rispetto alla formula riportata	K_{AE} pubblicato 0,3697 invece di 0,3738 (−1,1%)

9. Limiti della validazione

- La stabilità globale del complesso opera-terreno (Approccio 1, Combinazione 2) non è calcolata dall'applicativo e non è oggetto di validazione.
- La capacità portante è validata rispetto alle formule implementate (Brinch-Hansen con fattori di Vesić, inclinazione con m = 2, fattori cinematici in sisma), non rispetto a un esempio pubblicato con gli stessi fattori correttivi.
- Il metodo di Klein per la mensola lato monte è un'ipotesi di letteratura; la validazione ne verifica la corretta implementazione, non la rappresentatività fisica, che resta a giudizio del progettista.
- Non sono validati l'interfaccia, la tavola DXF, la distinta delle armature e i dettagli costruttivi (ancoraggi, sovrapposizioni).
- I parametri sismici precompilati per capoluogo sono indicativi e vanno controllati sul reticolo di riferimento.

10. Riproducibilità

I quattro casi sono incorporati nella scheda «Validazione» dell'applicativo e vengono rieseguiti sul motore di calcolo ogni volta che la scheda è aperta, indipendentemente dai dati inseriti. I valori riportati in questo rapporto sono stati estratti da quella esecuzione. La scheda costituisce quindi una prova di regressione da ripetere dopo ogni modifica del codice: un risultato diverso da «40 / 40 entro tolleranza» segnala una variazione del comportamento del motore.

11. Conclusioni

Il motore di calcolo dell'applicativo riproduce i casi di riferimento con scarti non superiori allo 0,2% per tutte le grandezze calcolate con lo stesso metodo della fonte. Gli scarti dell'ordine dell'1% rispetto alla letteratura sono interamente attribuibili a valori tabulati o a errori delle fonti, e sono smentiti dalle formule normative ricalcolate in modo indipendente. Il nuovo modulo della mensola a sbalzo lato monte risulta implementato coerentemente con il metodo di Klein e con l'equilibrio globale. Entro i limiti del §9, l'applicativo può considerarsi validato per l'uso previsto.

Riferimenti

1. D.M. 17 gennaio 2018, Aggiornamento delle «Norme tecniche per le costruzioni» (NTC 2018), §§ 2.6, 4.1, 6.4, 6.5, 7.11.6.
2. Circolare 21 gennaio 2019, n. 7 C.S.LL.PP., Istruzioni per l'applicazione delle NTC 2018.
3. UNI EN 1998-5:2005, Eurocodice 8 – Parte 5, Allegato E (metodo pseudostatico per le spinte delle terre).
4. B.M. Das, *Principles of Foundation Engineering*, Cengage Learning, capitolo sui muri di sostegno, esempio svolto del muro a mensola; dati e risultati riportati in dispense universitarie (Univ. Salahaddin, «Earth Retaining Structures»), academics.su.edu.krd.
5. OpenExamPrep, *PE Civil: Geotechnical – 4.4 Pseudostatic Analysis & Seismic Geotechnical Design*, esempio svolto di Mononobe-Okabe, open-exam-prep.com.
6. A.R. Jumikis, *Mechanics of Soils*, Van Nostrand (distribuzione della spinta in presenza di mensole di alleggerimento, metodo di Klein).